2025-6-C2.- Dimentsio bakarreko uhin harmoniko bat $400ms^{-1}$-ko abiadurarekin higituz doa, ingurune batean. Uhinari dagokion adierazpen matematikoa honako hau da: $y(x,t) = 3sen(kx - 200\pi t + \phi_0)cm$

non x eta t, m-tan eta s-tan eman dira, hurrenez hurren.

Ezaguna da honako hau: $y(0,0) = 1{,}5cm$; eta, berebat, $t = 0$ eta $x = 0$ direnean, oszilazio-abiadura positiboa dela. Lortu:

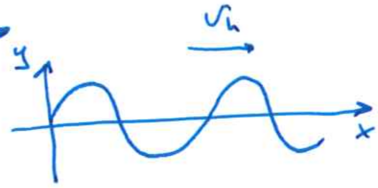
1. Uhin-zenbakia, k; eta hasierako fasea, ϕ_0.
2. Oszilazioaren azelerazio maximoa, x ardatzeko puntu orokor batean.

1. Uhin-funtzio orokorrarekin konparatuko dugu.

$$y(x,t) = 3\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Emandako funtzioa egokitze, $\sin\alpha = -\sin(-\alpha) \rightarrow$

$\rightarrow y(x,t) = -3\sin(200\pi t - kx - \varphi_0)$



Oszilazio abiadura:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -600\pi\cos(200\pi t - kx - \varphi_0)$$

Emandako baldintzekin:

$y(0,0) = 1'5cm \longrightarrow 1'5 = -3\sin(0 - 0 - \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = -\arcsin\left(-\frac{1'5}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$ rad

$v(0,0) > 0 \longrightarrow -600\pi\cos(0 - 0 - \frac{\pi}{6}) < 0 \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}}$

K kalkulatzeko: $v_h = \frac{\lambda}{T} \longrightarrow \lambda = v_h \cdot T = 400 \cdot \frac{1}{100} = 4m \rightarrow$

$\cdot\ 200\pi = \omega \rightarrow 200\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{100} s$

$\rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda}$ izanik $\rightarrow \boxed{K = \frac{2\pi}{4} = 0'5\pi \text{ rad/m}}$

2. Oszilazio azelerazioa:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = 120000\pi^2\sin(200\pi t - kx - \varphi_0)$$

Honen maximoa sinuaren balioa ± 1 izatean lortzen da.

$$\boxed{a_{max} = \pm 120000\pi^2 = \pm 1'84\cdot 10^6 cm/s^2 = \pm 1'84\cdot 10^4 m/s^2}$$

2023-7-A2

Zeharkako uhin bat, eskuinetik ezkerrerantz hedatuz doa soka luze-luzean zehar. Uhinaren hedatze-abiadura, uhin-luzera eta anplitudea dira $30\,m/s$, $\lambda = 1{,}5m$ eta $0{,}2m$, hurrenez hurren. Sokaren eskuineko erpinean dago koordenatu-jatorria; gainera, $t = 0$ aldiunean, sokako puntu hori desplazamendu nuluko posizioan dago, eta abiadura positiboa du.

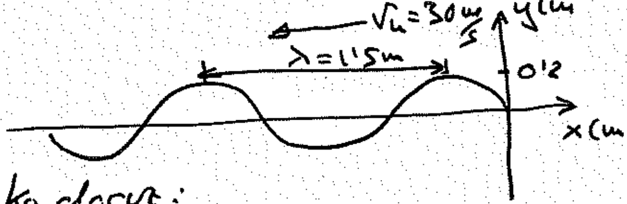
Lortu honako hauek:

a) Uhin-zenbakia eta maiztasun angeluarra.
b) Sokaren higidura ondulatorioa deskribatzen duen ekuazioa
c) Sokako puntu batek lortuko dituen abiadura maximoa eta azelerazio maximoa.

a) Uhin zenbakia: $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1'5} = 1'33\pi\,\frac{rad}{m} = 4'19\,\frac{rad}{m}}$

Hedapen abiaduratik: $v_h = \frac{\lambda}{T} \to T = \frac{\lambda}{v_h} = \frac{1'5}{30} = 0'05\,s$ → Orduan →

→ maiztasun angeluarra: $\boxed{\omega = 2\pi/T = 2\pi/0'05 = 40\pi\,rad/s}$



b) Uhin-funtzio orokorretik abiatuta:

$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$

$A = 0'2m$ izanik datuak ordezkatuko dogu:

$y(x,t) = 0'2\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{0'05}t + \frac{2\pi}{1'5}x + \varphi_0\right)$

Dinoskue $y(0,0) = 0$. Horregaz lanhen:

$y(0,0) = 0 \to 0 = 0'2\cdot\sin\varphi_0 \to \varphi_0 = \arcsin 0 \begin{cases} \varphi_0 = 0\ rad \\ \varphi_0 = \pi\ rad \end{cases}$

Bebai dinoskue $v(0,0) > 0$. Horretarako $v(x,t)$ kalkulatuko dogu:

$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'2\cdot\frac{2\pi}{0'05}\cos\left(\frac{2\pi}{0'05}t + \frac{2\pi}{1'5}x + \varphi_0\right)$

Holan: $v(0,0) = 0'2\,\frac{2\pi}{0'05}\cos(\varphi_0) > 0 \Rightarrow$ Horretarako $\varphi_0 = 0\,rad$

Beraz uhin-funtzioa: $\boxed{y(x,t) = 0'2\sin\left(\frac{2\pi}{0'05}t + \frac{2\pi}{1'5}x\right)}$

c) $v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'2\cdot\frac{2\pi}{0'05}\cos\left(\frac{2\pi}{0'05}t + \frac{2\pi}{1'5}x\right) \to v_{max} = v|_{cos=\pm1} \longrightarrow$

$\longrightarrow \boxed{v_{max} = \pm 0'2\cdot\frac{2\pi}{0'05} = \pm 25'13\,m/s}$

$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -0'2\cdot\left(\frac{2\pi}{0'05}\right)^2\sin\left(\frac{2\pi}{0'05}t + \frac{2\pi}{1'5}x\right) \to a_{max} = a|_{sin=\pm1} \longrightarrow$

$\longrightarrow \boxed{a_{max} = \pm 0'2\cdot\left(\frac{2\pi}{0'05}\right)^2 = \pm\,3158'27\,m/s^2}$

2022-7-A2

Hona hemen, Nazioarteko Unitate Sistemaren adierazita, soka batean hedatzen ari den uhin harmoniko baten ekuazioa:

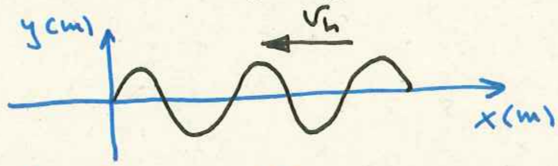
$$y(x,t) = 0,2 \sin(2t+4x+\pi/4)$$

Kalkulatu:

a) Periodoa, maiztasuna, uhin-luzera eta hedapen-abiadura.

b) Bibrazioaren abiadura maximoa sokaren puntu batean, edozeinetan.

c) Sokaren bi punturen arteko fase-diferentzia, bata bestetik 50 cm-ra egonez gero.



a) Uhin baten uhin-funtzioagaz aldaratuko dogu terminoak kalkulatzen hasteko.

$$y(x,t) = A\cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \text{ (m)}$$

Holan: $\boxed{A = 0'2\text{ m}}$; $2 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \boxed{T = \pi\text{ s}} \rightarrow \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi}\text{ Hz}}$

$\frac{2\pi}{\lambda} = 4 \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\pi}{2}\text{ m}}$; $\boxed{v_h = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi/2}{\pi} = 0'5\text{ m/s}}$; $\boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{4}\text{ rad}}$

b) Bibrazio-abiadura kalkulatzeko uhin-funtzioa deribatuko dogu:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'4\cdot\cos(2t+4x+\pi/4) \text{ (m/s)}$$

Bere maximoa cosinu ± 1 izatean gertatzen da: $\boxed{v_{max} = \pm 0'4\text{ m/s}}$

c) Fase diferentzia:

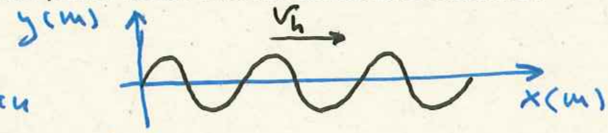
$$\boxed{\Delta\varphi_{x,x+0'5}} = \varphi_{x+0'5} - \varphi_x = \left[2t + 4(x+0'5) + \pi/4\right] - (2t + 4x + \pi/4) =$$

$$= 4\cdot 0'5 = \boxed{2\text{ rad}}$$

2022-6-A3

OX ardatzean dagoen soka batetik zeharkako uhin bat hedatzen da. Hedapenaren noranzkoa OX ardatzaren noranzko positiboa da. Uhinaren adierazpide matematikoak t = 0s eta t = 2s bi aldiunetan hauek dira: y(x,0) = 0,1 cos(π -4πx)*m* eta y(x,2) = 0,1 cos(11π -4πx)*m*, magnitude guztiak SI Sisteman adierazita daudelarik. Kalkulatu:

a) Maiztasun angeluarra.
b) Uhinaren adierazpide matematikoa.
c) Uhinaren hedapen-abiadura eta sokaren edozein puntu baten bibrazio azelerazio maximoa.



a) X ardatzaren norantza positiboan hedatzen den uhin baten uhin-funtzioa hau da:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

Emoten diran bi baldintzak erabiliz:

$$y(x,0) = 0'1\cos(\pi - 4\pi x) = A\cdot\cos(\omega\cdot 0 - Kx + \varphi_0) \quad (1)$$

$$y(x,2) = 0'1\cos(11\pi - 4\pi x) = A\cdot\cos(\omega\cdot 2 - Kx + \varphi_0) \quad (2)$$

Hemendik zuzenean identifikatuz: $\begin{cases} A = 0'1 m \\ K = 4\pi \text{ rad/m} \\ \varphi_0 = \pi \text{ rad} \quad (1 \text{ ekuaziotik}) \end{cases}$

Bigarren ekuazioan ordezkatuz:

$$y(x,2) = 0'1\cdot\cos(11\pi - 4\pi x) = 0'1\cdot\cos(2\omega - 4\pi x + \pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11\pi - 4\pi x = 2\omega - 4\pi x + \pi \rightarrow 2\omega = 10\pi \rightarrow \boxed{\omega = 5\pi \text{ rad/s}}$$

b) Datu guztiakaz, uhinaren uhin-funtzioa:

$$\boxed{y(x,t) = 0'1\cdot\cos(5\pi t - 4\pi x + \pi)}\ m$$

c) Uhinaren hedapen-abiadura (aurreratzen dauana denporan):

$$\boxed{v_h = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/K}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{K} = \frac{5\pi \text{ rad/s}}{4\pi \text{ rad/m}} = 1'25\ \frac{m}{s}}$$

Bibrazio-azelerazioa lortzeko lehen bibrazio-abiadura kalkulatuko dot:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -0'1\cdot 5\pi\sin(5\pi t - 4\pi x + \pi)\ m/s$$

Berriro deribatzen bibrazio-azelerazioa lortzen da:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -0'1(5\pi)^2\cos(5\pi t - 4\pi x + \pi)\ m/s^2$$

Honen maximoa cosinu ±1 danean daukagu; beraz:

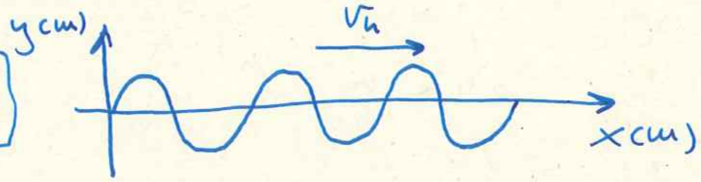
$$\boxed{a_{max} = \pm 0'1\cdot 25\cdot\pi^2 = 24'67\ m/s^2}$$

2021-7-A3

A3.- Uhin baten ekuazioa *y = 0,6sin(18π't-2π'x)* da, SI sistemako unitatetan adierazita. Kalkulatu:

a) Uhinaren hedapen-abiadura.
b) x = 3m puntuari dagokion bibrazio-abiadura, t = 8 s aldiunean.
c) Puntu horretan, bibrazio-higiduraren azelerazio maximoa.

$$\boxed{y(x,t) = 0'6\sin(18\pi t - 2\pi x)}$$



a) Hedapen-abiadura kalkulatzeko λ eta f lortu behar dogu. Horretarako uhin honen ekuazioa uhin-funtzio orokorragaz aldaratuko dogu: $y(x,t) = A\sin(2\pi\cdot f\cdot t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x + \varphi_0)$

Hdan, kasu honetan: $18\pi t = 2\pi f\cdot t \longrightarrow \boxed{f = 9Hz}$

$2\pi x = \frac{2\pi}{\lambda}x \longrightarrow \boxed{\lambda = 1m}$

Hedapen-abiaduraren formulagaz: $\boxed{v_h = \lambda\cdot f = 9\cdot 1 = 9\,m/s}$

b) Bibrazio-abiadura kalkulatzeko uhinaren ekuazioa denporan deribatu:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 10'8\pi\cos(18\pi t - 2\pi x)\ m/s$$

Bertan x=3m eta t=8s:

$$\boxed{v(3,8) = 10'8\pi\cos(18\pi 8 - 2\pi 3) = 10'8\pi = 33'93\,m/s}$$

c) Berriro, azelerazioa lortzeko abiadura deribatuko dogu:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -10'8\cdot 18\cdot \pi^2\sin(18\pi t - 2\pi x)$$

Maximoa sinu 1 edo −1 izatean:

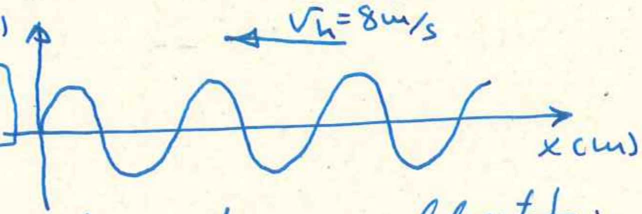
$$\boxed{a_{max} = \pm 10'8\cdot 18\cdot \pi^2 = \pm 1918'65\,m/s^2}$$

2021-6-A2

A2.- Soka batean OX ardatzean hedatzen ari den uhin baten hedapen-abiadura 8 m/s da. Uhinaren ekuazioa, SI sistemako unitatetan, honako hau da: *$y = 0{,}03\sin(16\pi\cdot t + k\cdot x)$*. Kalkulatu:

a) Anplitudea, maiztasuna eta uhinaren hedapenaren noranzkoa.
b) k-ren balioa (k = uhin-zenbakia)
c) Zer abiadura duen x = 0,5 m posizioan dagoen sokako puntuak t = 60s aldiunean.

$$\boxed{y(x,t) = 0'03\sin(16\pi t + kx)\ (m)}$$



a) Daukagun ekuazioa uhin-funtzio orokorragaz aldaratuta:

$$y(x,t) = A\sin(2\pi\cdot f t - kx)$$

$\boxed{A = 0'03\,m}$ $\boxed{f = 8\,Hz}$ $\boxed{\text{Noranzkoa negatiboa}}$

b) Hedapen abiadura 8 m/s dela jakinda: $v_h = \lambda\cdot f \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{v_h}{f} = \frac{8}{8} = 1\,m}$

Holan: $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi\ \frac{rad}{m}}$

c) Abiadura kalkulatzeko ekuazioa osotuko dogu, gero deribatu denporan, eta atzenik lekua eta aldiunea ordezkatu:

$$\boxed{y(x,t) = 0'03\sin(16\pi t + 2\pi x)}\ m$$

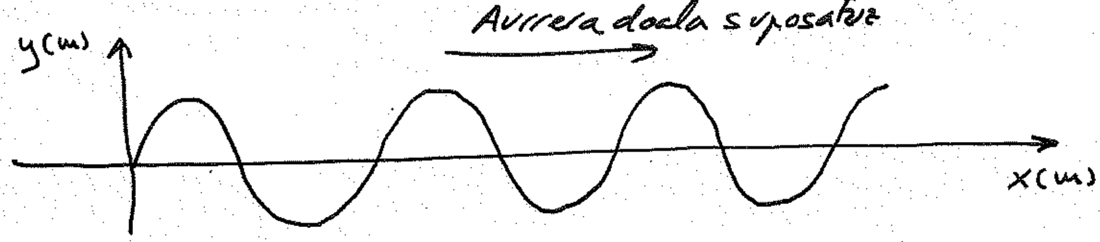
$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 16\pi\cdot 0'03\cos(16\pi t + 2\pi x)\ m/s$$

Holan: $\boxed{v(0'5, 60) = 16\pi\cdot 0'03\cos(16\pi\cdot 60 + 2\pi\cdot 0'5) = -1'51\,m/s}$

2020-7-A3

A3.- 0,5 s-ko periodoa, 160 cm-ko uhin-luzera eta 80 cm anplitudea duen zeharkako uhin bat soka oso luze batean zehar hedatzen da OX ardatzaren norabide positiboan. Hasierako aldiunean, uhinaren anplitudea eta hasierako fasea nuluak dira x = 0 m puntuan.

a) Idatzi uhin-ekuazioa
b) Kalkulatu uhinaren hedapen-abiadura.
c) Idatzi zein izango den zeharkako abiadura denboraren funtzioan, x = 160 cm-ko posizioan



a) Ekuazioa lortzeko uhin-funtzioan ezagutzen doguzan datuak sartuko doguz:

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x + \varphi_0\right)$$

Datuak: $\boxed{A = 0'8\,m}$; $\boxed{T = 0'5\,s}$; $\boxed{\lambda = 1'6\,m}$

Momentuz: $y(x,t) = 0'8\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{0'5}t - \frac{2\pi}{1'6}x + \varphi_0\right)$

Gainera dinoskue: $y(0,0) = 0 = 0'8\cdot\sin\varphi_0 \rightarrow \boxed{\varphi_0 = 0\,rad}$

Holan:

$$\boxed{y(x,t) = 0'8\cdot\sin(4\pi t - 1'25\pi x)}$$

b) Hedapen abiadura $\boxed{v = \lambda/T = 1'6/0'5 = \boxed{3'2\,m/s}}$

c) Zeharkako abiadura kalkulatzeko elongazioarena deribatuz:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'8\cdot 4\pi\cos(4\pi t - 1'25\pi x)$$

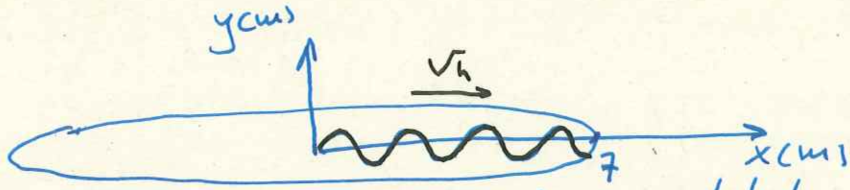
Holan, eskatutakoa:

$$\boxed{v(1'6,t) = 3'2\pi\cdot\cos(4\pi t - 2\pi)\ m/s}$$

2019-7-B-P2

P2.- 7m-ko erradioa (R) duen piscina zirkular baten zentroan (x=0 eta y=0) perturbazio bat sortzen da eta horren ondorioz uraren gainazalean uhin.higidura bat sortzen da. Uhinaren uhin-luzera 0,50 m-koa da eta 14 s behar ditu piszinaren ertzera heltzeko (x=R). Kalkula itzazu:

a) Uhin-higiduraren maiztasuna eta uhinaren ekuazioa (X ardatzean norabide positiboan hedatzen denean eta uhinaren anplitudearen balioa "A" denean).
b) Uhin-higiduraren anplitudea (funtzio sinusoidala erabiliz), 0,25 s igaro ondoren jatorrian duen elongazioa 4 cm-koa bada.
c) t = 14 s den aldiunean uhinak izango duen elongazioa sorgunetik 7 m-ra dagoen puntu batean.



a) Jakinda $\lambda = 0'5\,m$ dala eta 14s behar davala 7m betebeko:

$$v_h = \frac{e}{t} = \frac{7m}{14s} = 0'5\,m/s \rightarrow v_h = \lambda \cdot f \rightarrow \boxed{f = \frac{v_h}{\lambda} = \frac{0'5}{0'5} = 1\,Hz}$$

Uhin-funtzio orokorra beteko dogu: $y(x,t) = A\sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$

$A = A$; $f = 1$; $\lambda = 0'5$; eta $\varphi_0 = 0$ suposatuz:

$$\boxed{y(x,t) = A\sin(2\pi t - 4\pi x)}\ (m)$$

b) Aipatutako lekua eta momentua erabiliz: $y(0, 0'25) = 0'04\,m \rightarrow$

$$\rightarrow\ 0'04 = A\sin(2\pi \cdot 0'25 - 4\pi \cdot 0) \rightarrow 0'04 = A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \boxed{A = 0'04\,m}$$

c) Ekuazio osoa erabiliz: $\boxed{y(x,t) = 0'04\sin(2\pi t - 4\pi x)\ (m)}$

Aipatutako lekuan eta momentuan:

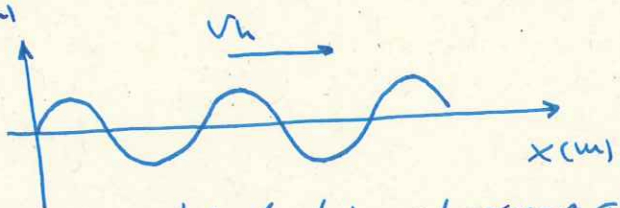
$$\boxed{y(7,14) = 0'04\sin(2\pi \cdot 14 - 4\pi \cdot 7) = 0'04\sin 0 = 0\,m}$$

2019-6-A-P1

P1.- uhin baten ekuazioa honako hau da. SIko unitatetan: *y = 2sin[(2π/5)·t-(π/4)·x]*. Kalkulatu:

a) Uhin-zenbakia eta uhin-luzera.
b) Bibrazio-higiduraren abiadura x = 4 m puntuan eta t = 8 s aldiunean.
c) Puntu horren azelerazioa leku eta aldiune horretan (x = 4 m puntuan eta t = 8 s aldiunean).

$$\boxed{y(x,t) = 2\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)\ (m)}$$



a) Eskatzen denerako ekuazio hau uhin-funtzio orokorrarekin alderatuz:

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \longrightarrow A = 2m\ ;\ T = 5s\ ;\ \boxed{\lambda = 8m}$$

Eta $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ izanik : $\boxed{K = \frac{\pi}{4}\ rad/m}$

b) Hasteko bibrazio-abiadura kalkulatuko dogu, elongazioa deribatuz:

$$\boxed{V(x,t)} = \frac{dy(x,t)}{dt} = \boxed{\frac{4\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)\ m/s}$$

Aipatutako momentu eta lekurako:

$$\boxed{V(4,8)} = \frac{4\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}\cdot 8 - \frac{\pi}{4}\cdot 4\right) = \boxed{2'033\ m/s}$$

c) Era berdinean azelerazioarako:

$$\boxed{a(x,t)} = \frac{dv(x,t)}{dt} = \boxed{-\frac{8\pi^2}{25}\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)\ m/s^2}$$

Beraz:

$$\boxed{a(4,8)} = -\frac{8\pi^2}{25}\sin\left(\frac{16\pi}{5} - \pi\right) = \boxed{-1'86\ m/s^2}$$

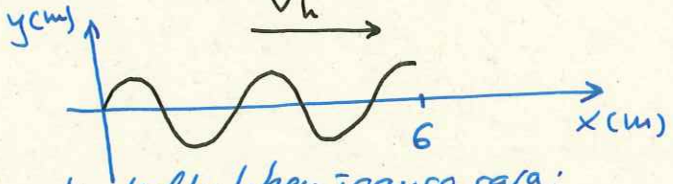
2018-7-A-P2

P2.- Sei metro luze den soka baten muturretako bat (x = 0) gora eta behera higitzen ari da 60 Hz-eko maiztasuneko higidura harmoniko sinplearekin. Sortutako uhina 0,5 segundoan heltzen da sokaren beste muturrera.

a) Idatzi uhinaren ekuazio orokorra, jakinik uhinaren anplitudea A = 0,03 m dela eta hasierako fasea $\varphi_0 = \pi/2$ rad dela.

b) Kalkulatu zer distantziatara dauden sokako bi puntu baldin eta haien arteko fase-diferentzia 2π rad bada.

c) Kalkulatu uhinaren gehieneko bibrazio-abiadura.



a) Emandako datuak terminoak kalkulatzen joango gara:

$$V_h = \frac{e}{t} = \frac{6\,m}{0'5\,s} = 12\,m/s \;;\; f \text{ aragututa} \rightarrow V_h = \lambda \cdot f \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{V_h}{f} = \frac{12}{60} = 0'2\,m}$$

Uhin-funtzioa osotzi: $y(x,t) = A\sin\left(2\pi \cdot f t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \rightarrow$

$$\boxed{y(x,t) = 0'03\sin\left(120\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\ (m)}$$

b) Desfasea 2π rad-koa izanik, d distantziara dagozan bi puntu orokor hartuko dogu: $x_1 = x$ eta $x_2 = x + d$. Holan:

$$\Delta\varphi_{x_1,x_2} = \varphi_{x_1} - \varphi_{x_2} = \left(120\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{2}\right) - \left(120\pi t - 10\pi(x+d) + \frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \rightarrow$$

$$\rightarrow 10\pi d = 2\pi \rightarrow \boxed{d = \frac{1}{5} = 0'2\ m}$$

c) Hasteko bibrazio-abiadura kalkulatuko dogu, elongazioa deribatuz:

$$V(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'03 \cdot 120\pi\cos\left(120\pi t - 10\pi \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)\ (m/s)$$

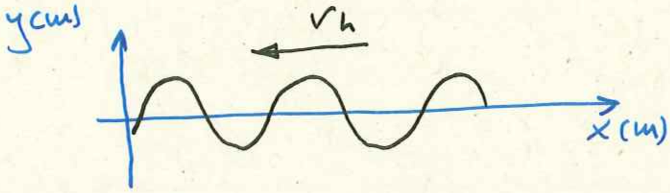
Holan maximoa cosinu 1 edo -1 izatean gertatuko da:

$$\boxed{V_{max} = \pm\, 0'03 \cdot 120 \cdot \pi = \pm\, 11'31\ m/s}$$

2017-7-B-P1

P1.- 4 cm-ko anplitudeko eta 2 cm-ko uhin-luzerako zeharkako uhin harmoniko bat ingurune elastiko batean hedatzen ari da 25 cm/s-ko abiadurarekin OX ardatzaren noranzko negatiboan. t = 0 aldiunean, x = 0 puntuaren elongazioa 4 cm da.

a) Kalkulatu uhinaren periodoa eta idatzi dagokion uhin-ekuazioa.
b) Zer balio izango du, gehienez, uhina hedatzen ari den ingurune elastikoko puntu baten bibrazio-abiadurak?
c) Kalkulatu zer desfase dagoen bata bestetik 0,5 cm-z aldenduriko bi punturen artean.



a) Dakigunez $v_h = \frac{\lambda}{T}$ dala →

→ $\boxed{T = \frac{\lambda}{v_h} = \frac{2\,cm}{25\,cm/s} = 0'08\,s}$

Daukaguzan datuakaz uhin-funtzioa osotuko dogu:

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \Rightarrow y(x,t) = 0'04\sin\left(\frac{2\pi}{0'08}t + \frac{2\pi}{0'02}x + \varphi_0\right)$$

Orain, φ_0 kalkulatzeko, aipatzen dan 0m eta 0s-ko egoera aplikatuta:

$$y(0,0) = 0'04 \longrightarrow 0'04 = 0'04\sin(0+0+\varphi_0) \longrightarrow 1 = \sin\varphi_0 \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad}$$

Berriro formula osotuz: $\boxed{y(x,t) = 0'04\sin\left(\frac{2\pi}{0'08}t + \frac{2\pi}{0'02}x + \frac{\pi}{2}\right)\ (m)}$

b) Hasteko bibrazio-abiadura kalkulatuko dogu, elongazioa deribatuz:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'04\cdot\frac{2\pi}{0'08}\cos\left(\frac{2\pi}{0'08}t + \frac{2\pi}{0'02}x + \frac{\pi}{2}\right)\ (m/s)$$

Bere maximoa cosinu berdin 1 edo -1 izatean gertatzen da, beraz:

$$\boxed{v_{max} = \pm 0'04\frac{2\pi}{0'08} = \pm\pi\ /s}$$

c) Bi puntu orokor hartuz: $x_1 = x$ eta $x_2 = x + 0'005$ →

$$\Delta\varphi_{x_1,x_2} = \varphi_{x_2} - \varphi_{x_1} = \left(\frac{2\pi}{0'08} + \frac{2\pi}{0'02}(x+0'005) + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{2\pi}{0'08}t + \frac{2\pi}{0'02}x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\cdot 0'005}{0'02}\pi \rightarrow$$

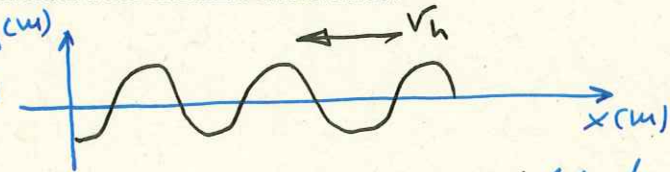
$$\rightarrow \boxed{\Delta\varphi_{x_1,x_2} = 0'5\pi = \frac{\pi}{2}\,rad}$$

2017-6-A-P2

P2.- Ekuazio honen bidez adieraz dezakegu soka tenkatu batean zehar hedatzen ari den uhin harmoniko bat: *y = 0,01sin(10π·t+2π ·x+π)*, non *x* eta *y* metrotan adierazita dauden eta t segundotan. Kalkulatu:

a) Uhinaren maiztasuna, uhin-luzera eta hedapen-abiadura.
b) Bata bestetik 0,2 m-ra dauden sokaren bi punturen arteko oszilazioen fase-diferentzia.
c) Sokaren puntu baten gehieneko oszilazio-abiadura eta oszilazio-azelerazioa.

$$\boxed{y(x,t) = 0'01 \sin(10\pi t + 2\pi x + \pi) \text{ (m)}}$$



a) Eskatutakoa lortzeko, zuzenean uhin-funtzio orokorragaz alderatuz:

$$y(x,t) = A \sin\left(2\pi \cdot f t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0\right) \rightarrow A = 0'01 \text{ m}, \quad \boxed{f = 5 \text{ Hz}}, \quad \boxed{\lambda = 1 \text{ m}}$$

Bi honekaz →

→ hedapen abiadura izanik: $\boxed{v_h = \lambda \cdot f = 1\text{m} \cdot 5\text{Hz} = 5 \text{ m/s}}$

b) Bi puntu orokor hartuz: $x_1 = x$ eta $x_2 = x + 0'2$ →

$$\boxed{\Delta\varphi_{x_1,x_2}} = \varphi_{x_2} - \varphi_{x_1} = [10\pi t + 2\pi(x+0'2) + \pi] - (10\pi t + 2\pi x + \pi) = \boxed{0'4\pi \text{ rad}}$$

c) Oszilazio-abiadura kalkulatzeko elongazioa deribatuko dogu denporan:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0'1\pi \cos(10\pi t + 2\pi x + \pi) \text{ m/s}$$

Bere maximoa cosinu 1 edo -1 izatean gertatzen da, beraz:

$$\boxed{v_{max} = \pm 0'1\pi \text{ m/s}}$$

Arrazonamendu berdinagaz:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -\pi^2 \sin(10\pi t + 2\pi x + \pi) \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

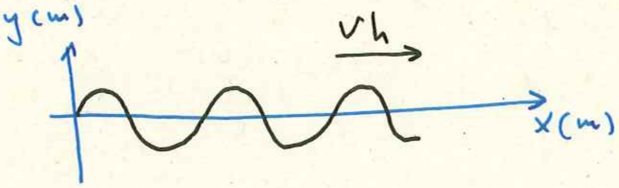
$$\rightarrow a_{max} \xrightarrow{\sin = \pm 1} \boxed{a_{max} = \pm \pi^2 \text{ m/s}^2}$$

2016-7-A-P2

P2.- Hona hemen zeharkako uhin baten ekuazioa nazioarteko sistemako unitatetan:

y = 0,2sin[(π/3) · (3x-30t)]

a) Kalkulatu uhinaren hedatze-abiadura.
b) Kalkulatu x posizioa duen puntu baten (edozein) gehieneko oszilazio-abiadura.
c) Zer aldiunetan izango du baliorik hendiena x = 2 m puntuaren oszilazio-abiadurak?



Jakinda $\sin\alpha = -\sin(-\alpha) \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{y(x,t) = -0'2\sin(10\pi t - \pi x)}$ m

a) Horretarako λ eta f behar ditunet, uhin-funtzio orokorragaz aldaratuko dot: $y(x,t) = A\sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \rightarrow A = 0'2\,m$

$f = 5\,Hz$

$\lambda = 2\,m$

Holan $\boxed{v_h = \lambda \cdot f = 2 \cdot 5 = 10\,m/s}$

b) Elongazioa denporagaz deribatzen oszilazio-abiadura lortzen da:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -2\pi\cos(10\pi t - \pi x) \quad (m/s)$$

Bere maximoa cosinu 1 edo -1 denean: $\boxed{v_{max} = \pm 2\pi\,m/s}$

c) Puntu horretako oszilazio-abiadura maximoa, berriro, cosinuaren balioa puntu horretan 1 edo -1 izatean eukiko dogu. $\rightarrow$

$\rightarrow \cos(10\pi t - \pi \cdot 2) = \pm 1 \rightarrow 10\pi t_n - \pi 2 = n \cdot \pi$; $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$\rightarrow 10t = n + 2 \rightarrow t_n = \frac{n+2}{10} \rightarrow$

$t_{-2} = 0\,s$
$t_{-1} = 0'1\,s$
$t_0 = 0'2\,s$
$t_1 = 0'3\,s$
⋮

$\boxed{\text{Hau da denpora horren segida: } [0, 0'1, 0'2, 0'3, 0'4 \ldots]\ (s)}$

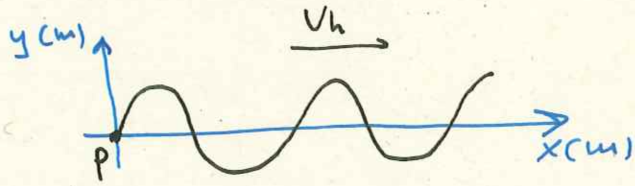
2015-7-A-P2

P2.- Soka baten P puntu bat higidura harmonikoarekin bibrarazten dugu, eta zeharkako uhin bat sortzen da. Hona hemen uhinaren higidura-ekuazioa, Nazioarteko Sistemaren unitateetan adierazita:

$y = 4\sin[2\pi \cdot (t/2 - x/4)]$. Kalkulatu:

a) P puntutik 5 m-ra dagoen sokaren puntu baten bibrazio-abiadura t = 3 s denean.
b) Sokan bata bestetik 2 m-ra dauden bi punturen arteko fase-diferentzia.
c) Uhinaren hedapen-abiadura.

$$\boxed{y(x,t) = 4\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}x\right)\ (m)}$$



a) Bibrazio-abiadura lortzeko elongazioa deribatuko dugu:

$$\boxed{v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 4\pi\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}x\right)\ m/s}$$

Aipatutako puntuan eta momentuan:

$$\boxed{v(5,3) = 4\pi\cos(3\pi - 2'5\pi) = 4\pi\cos 0'5\pi = 0\ m/s}$$

b) Bi puntu orokor hartuz: $x_1 = x$; $x_2 = x + d$: $(d = 2m)$

$$\boxed{\Delta\varphi_{x_1,x_2} = \varphi_{x_1} - \varphi_{x_2} = \left(\pi t - \frac{\pi}{2}x\right) - \left(\pi t - \frac{\pi}{2}(x+d)\right) = \frac{\pi \cdot d}{2} = \pi\ rad}$$

c) Horretarako beharrezkoa da λ eta T identifikatzea.

Uhin-funtzio orokorragaz alderatuta:

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} = \pi \rightarrow \boxed{T = 2s} \\ \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{\lambda = 4m} \end{cases} \Rightarrow$$

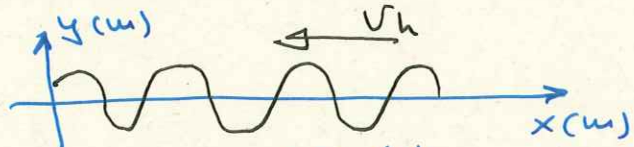
$$\Rightarrow \text{holan: } \boxed{v_h = \frac{\lambda}{T} = \frac{4}{2} = 2\ m/s}$$

2013-6-A-P1

P1.- Hona hemen, Nazioarteko Unitate Sisteman adierazita, soka batean hedatzen ari den uhin harmoniko baten ekuazioa: *y(x,t)=0,2sin(2t+4x+π/4)*. Kalkulatu:

a) Periodoa, maiztasuna, uhin-luzera eta hedapen-abiadura.
b) Bibrazioaren abiadura maximoa sokaren edozein puntutan.
c) Sokaren bi punturen arteko fase-diferentzia, bata bestetik 50 cm-ra badaude.

$$\boxed{y(x,t)=0'2\sin\left(2t+4x+\pi/4\right)\ (m)}$$



a) Ekuazio hau uhin-funtzio orokorragaz alderatuta:

$$y(x,t)=A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0\right)$$

$A=0'2\,m$

$\boxed{T=\pi\,s} \rightarrow \boxed{f=\frac{1}{T}=\frac{1}{\pi}=\pi^{-1}\,Hz}$

$\boxed{\lambda=0'5\pi\,m}$

$\varphi_0=\pi/4$

⇒ Hedapen abiadura:

$v_h=\lambda\cdot f=0'5\cdot\pi\cdot\pi^{-1}=0'5\,m/s$ ⇒ X aldagaiaren norantza negatiboan hedatzen denez, abiadura negatiboa da $\boxed{v_h=-0'5\,m/s}$

b) Masleko bibrazio-abiadura kalkulatuko dogu, elongazioa deribatuz:

$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=0'4\cos\left(2t+4x+\pi/4\right)\ (m/s)$$

Abiadura maximoa cosinu 1 edo -1 izatean gertatzen da: $\boxed{v_{max}=\pm0'4\,m/s}$

c) Puntu orokor bi hartuz: $x_1=x$; $x_2=x+0'5$. ⇒

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi_{x_1,x_2}=\varphi_2-\varphi_1=\left[2t+4(x+0'5)+\pi/4\right]-\left(2t+4x+\pi/4\right)=2\,rad}$$

2012-7-A-P2

P2.- Higidura harmoniko sinple baten bidez, soka baten muturraren oszilazio mugimendua eragin dugu: 40 oszilazio egiten ditu sokak 10 segundoan, eta oszilazio bakoitzaren anplitudea 20 cm da. Soka 6 m luze da, eta 0,5 s behar du perturbazioak mutur batetik bestera joatek. Uhina OX ardatzaren noranzko positiboan hedatzen bada:

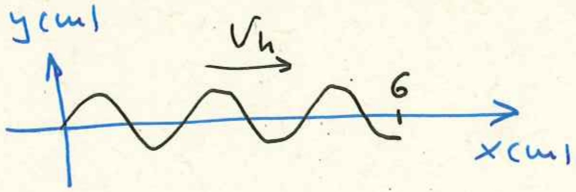
a) Idatz ezazu uhinaren ekuazioa, baldin eta, hasierako aldiunean, eragindako sokaren muturra oreka-posizioan badago.

b) Kalkula ezazu zer distantzia dagoen ondoz ondoko bi punturen artean baldin eta:

  b1) fasean badaude

  b2) fase-oposizioan badaude.

c) Perturbazioa hasi eta 6 segundo geroago, zer abiadura izango du muturretik 4 m-ra dagoen sokaren puntu batek?



a) Emandako datuak saliatuz:

$\boxed{A=0'2\,m}$ $\boxed{f=\frac{40\ \text{oszilazio}}{10\,s}=4\,Hz}$ $v_h=\frac{6m}{0'5s}=12\,m/s \rightarrow$

$\rightarrow v_h=\lambda\cdot f \rightarrow \boxed{\lambda=\frac{v_h}{f}=\frac{12}{4}=3\,m}$

Momentuz, uhin-funtzio orokorrean ordezkatuz:

$y(x,t)=A\sin(2\pi\cdot f\cdot t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)\rightarrow y(x,t)=0'2\sin(8\pi t-\frac{2}{3}\pi x+\varphi_0)\ m$

Orain hasierako momentuko baldintza hartuta: $y(0,0)=0\rightarrow$

$\rightarrow 0=0'2\sin(0-0+\varphi_0)\Rightarrow \varphi_0=0$

Hala ekuazioa: $\boxed{y(x,t)=0'2\sin(8\pi t-\frac{2}{3}\pi x)}$ (m)

b) Puntu orokorrak: $x_1=x$; $x_2=x+d$.

b1. FASEAN $\Delta\varphi_{x_1,x_2}=2\pi\cdot n$; $n=0,\pm1,\pm2\ldots\Rightarrow$

$\Rightarrow(8\pi t-\frac{2}{3}\pi x)-[8\pi t-\frac{2}{3}\pi(x+d)]=2\pi n\rightarrow\frac{2}{3}\pi d=2\pi\cdot n\rightarrow$

$\rightarrow\boxed{d=3n\ (m);\ n=0,\pm1,\pm2}\rightarrow$ Segida $d=[-6,-3,0,1,3,6]$

b2. FASE-OPOSIZIOAN $\Delta\varphi_{x_1,x_2}=(2n+1)\pi$; $n=0,\pm1,\pm2\Rightarrow$

$\Rightarrow\ldots\Rightarrow\frac{2}{3}\pi d=(2n+1)\pi\rightarrow\boxed{d=\frac{3}{2}(2n+1);\ n=0,\pm1,..}\rightarrow d=\frac{3}{2},\frac{9}{2},\frac{21}{2}\ldots$

c) $v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=8\pi 0'2\cos(8\pi t-\frac{3}{3}\pi x)\rightarrow\boxed{v(4,6)=-2'513\ m/s}$